XXXVII Olimpíada Cearense de Matemática

Nível 1 - Sexto e Sétimo Anos

Problema 1. A figura no verso da folha representa o mapa de uma pequena cidade, que possui apenas oito vias: quatro ruas e quatro avenidas. As vias verticais são as avenidas A, B, C e D, e as vias horizontais são as ruas E, F, G e H. A cada uma das vias da cidade está associado um número do conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, de tal modo que vias distintas estão associadas a números distintos. Em cada uma das interseções de duas vias da cidade, escreve-se a soma dos números associados às vias daquela interseção. Sabendo que o número 11 foi escrito na interseção da Avenida D com a Rua F, na interseção da Avenida C com a Rua G, e na interseção da Avenida B com a Rua H, determine os possíveis valores do número escrito na interseção da Avenida A com a Rua E. Justifique sua resposta.

Problema 2. Os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 são colocados, não necessariamente nesta ordem, ao redor de um círculo. Lendo, no sentido horário, três algarismos consecutivos, forma-se um número de três algarismos. Nove números de três algarismos podem ser formados dessa forma. Encontre os possíveis valores da soma desses nove números. Justifique sua resposta.

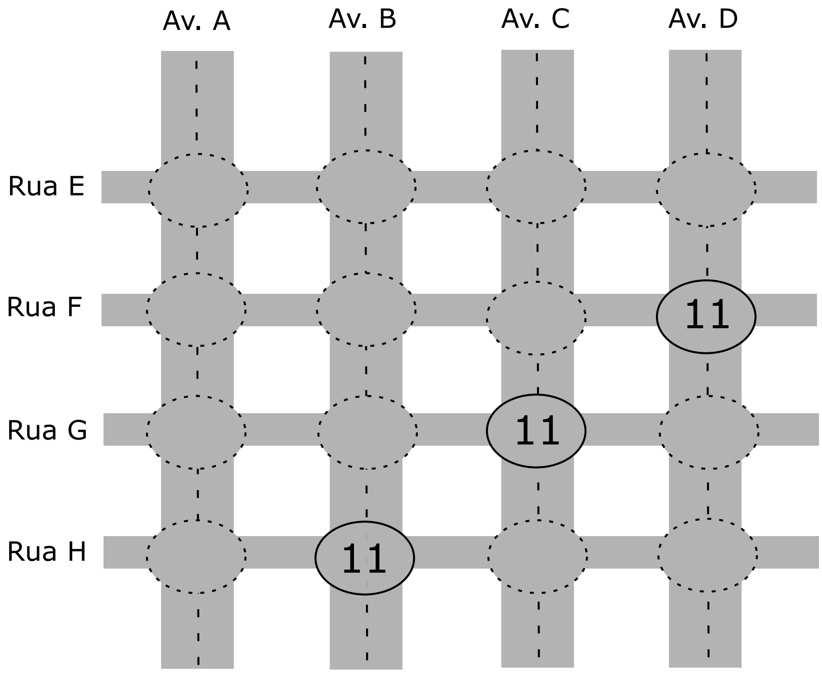
Problema 3. Um inteiro positivo q é dito um quadrado perfeito quando existe um inteiro positivo k tal que $q = k \times k$. Por exemplo, 9 e 64 são quadrados perfeitos, pois $9 = 3 \times 3$ e $64 = 8 \times 8$.

Mostre que não existe quadrado perfeito de oito algarismos cujos quatro algarismos de mais alta ordem (os quatro primeiros da esquerda para a direita) são todos iguais a 9.

Problema 4. Se P e Q são pontos do plano, denotamos por $\overline{PQ}$ o comprimento do segmento PQ.

Seja ABC um triângulo equilátero de área $1m^2$. Considere os pontos D, E e F sobre os lados BC, CA e AB, respectivamente, de modo que $\overline{CD} = 2\overline{BD}$, $\overline{AE} = 2\overline{CE}$ e $\overline{BF} = 2\overline{AF}$. Calcule a área do triângulo DEF.

Problema 5. Tem-se seis jarras. Inicialmente, cinco delas contêm 2 litros de água e uma delas contém 1 litro de água. Um movimento permitido consiste em escolher duas das jarras e dividir a água contida nessas duas jarras em duas porções iguais. É possível que, após um número finito de movimentos, todas as seis jarras tenham a mesma quantidade de água? Justifique sua resposta.
(Nota: assuma que a capacidade de cada uma das seis jarras é maior que 2 litros e que nenhum líquido é desperdiçado ao se realizar uma operação permitida.)



Av. A
Av. B
Av. C
Av. D
Rua E
Rua F
Rua G
Rua H
11
11
11