

XXXVIII Olimpíada Cearense de Matemática

Nível 1 – Sexto e Sétimo Anos

Problema 1. Escreva, nas casas vazias do tabuleiro 4×4 ao lado, os números 1, 2, 3, 4 de modo que em cada uma das quatro linhas, das quatro colunas e das duas diagonais cada um dos números 1, 2, 3, 4 apareça uma vez. *Observação: não esqueça de transcrever sua resposta para o caderno de respostas.*

1	2	3	4
4			1

Problema 2. Quatro times de futebol, A, B, C e D, participam de um torneio, onde cada time joga contra cada outro exatamente uma vez. A cada dia, cada time joga exatamente uma vez. Após os dois primeiros dias do torneio, observou-se o seguinte:

- O time A fez 4 gols e não levou gol algum.
- O time B não fez gol algum e levou 7 gols.
- O time C fez 3 gols e levou 1 gol.
- O time D fez 1 gol e não levou gol algum.

Sabendo que vitória vale 3 pontos, empate vale 1 ponto e derrota vale 0 pontos, ache quantos pontos cada um dos times fez nos dois primeiros dias. Justifique sua resposta.

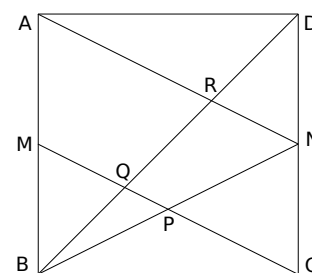
Problema 3. Em um tabuleiro 5×5 , Téo e Dora jogam o seguinte jogo. Téo dispõe de algumas bombas, cada uma delas ocupando uma peça 1×1 , e Dora dispõe de um navio, que ocupa uma peça 4×1 . Inicialmente, Téo distribui as bombas em algumas casas do tabuleiro; depois, Dora tenta colocar seu navio em casas não ocupadas por bombas.

- (a) Mostre, com um exemplo, que Téo precisa de apenas 6 bombas para garantir que Dora não consiga colocar seu navio.
- (b) Mostre que se Téo dispõe de apenas 5 bombas, então independente de onde as coloque Dora sempre conseguirá colocar seu navio. Justifique sua resposta.

Problema 4. Se P e Q são pontos do plano, denotamos por \overline{PQ} o comprimento do segmento de reta PQ .

Na figura ao lado, $ABCD$ é um quadrado de lado 4, M é o ponto médio do lado AB e N é o ponto médio do lado CD .

- (a) Mostre que $\overline{PQ} + \overline{NR} = \overline{PN}$.
- (b) Ache a área do quadrilátero $NPQR$. Justifique sua resposta.



Problema 5. Inicialmente, Miguel escreve o número 2018 no quadro negro. A cada passo, ele muda a ordem dos dígitos do número escrito e soma uma unidade. Por exemplo, no primeiro passo ele pode escrever o número $0821 + 1 = 822$; uma outra possibilidade para o primeiro passo é escrever o número $2180 + 1 = 2181$.

- (a) Mostre como Miguel pode escrever o número 14 no terceiro passo.
- (b) É possível que Miguel escreva, no milésimo passo, novamente o número 2018? Justifique sua resposta.