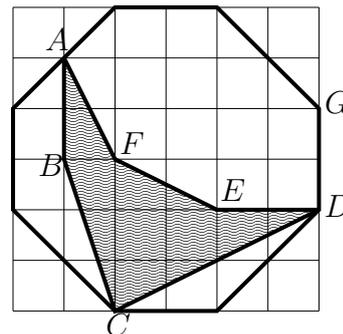


XXXIX Olimpíada Cearense de Matemática

Nível 1 – Sexto e Sétimo Anos

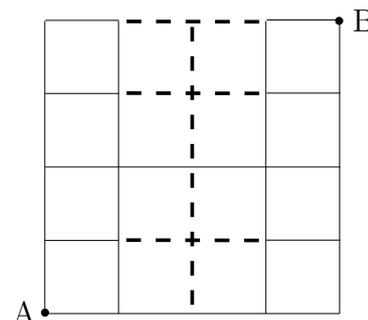
Problema 1. Em um papel quadriculado formado por quadrinhos de lado 1 como na figura ao lado, marcamos os pontos A, B, C, D, E, F, G .



- (a) Mostre que os pontos C, E, G estão sobre uma mesma reta.
- (b) Calcule a área da região hachurada, delimitada pelos pontos A, B, C, D, E, F . Justifique sua resposta.

Problema 2. Um número é chamado *palíndromo* se, ao invertermos a ordem de seus algarismos, obtivermos exatamente o mesmo número. Por exemplo, 12421 e 2442 são palíndromos. Existem números primos que são palíndromos e têm três algarismos, por exemplo 181 e 919. Existem também números primos que são palíndromos e têm cinco algarismos, por exemplo 79997 e 98689. Mostre que o único número primo que é palíndromo e tem uma quantidade par de algarismos é 11.

Problema 3. Téó mora em uma cidade com dez ruas, todas de mão dupla, sendo cinco na direção norte-sul e cinco na direção leste-oeste, como na figura ao lado. Após uma grande chuva, os trechos pontilhados ficaram bloqueados. Téó mora no ponto A e trabalha no ponto B.



- (a) Qual o número mínimo de quarteirões que Téó precisa caminhar para ir de casa ao trabalho? Justifique sua resposta.
- (b) Sabendo que Téó sempre escolhe um caminho com uma quantidade mínima de quarteirões, de quantas maneiras ele pode ir de casa ao trabalho? Justifique sua resposta.

Problema 4. João e Maria disputam um jogo chamado *passou-perdeu*. Começando por João, em sua vez cada jogador deve escolher ou o número 2 ou o número 3 e multiplicar pelo produto de todos os outros números escolhidos nas jogadas anteriores. Se esse produto for maior que um número N , escolhido previamente por um juiz, então o jogador perde o jogo. Por exemplo, se $N = 7$ e João começa a jogar escolhendo 3 e, em seguida, Maria escolher 3, então Maria perde o jogo pois o produto dos números é 9, que é maior que 7. Mas caso Maria escolha 2, o produto será 6 e daí João perde.

- (a) Mostre que Maria possui uma estratégia vencedora se $N = 10000$.
- (b) Mostre que João possui uma estratégia vencedora se $N = 100000$.

Problema 5. São dadas N pedras, possivelmente de pesos variados, de modo que ambas as condições abaixo são satisfeitas:

- É possível separá-las em 2019 grupos de modo que a soma dos pesos das pedras de cada grupo é a mesma.
- É possível separá-las em 2020 grupos de modo que a soma dos pesos das pedras de cada grupo é a mesma.

Ache o *menor* valor possível de N . Justifique sua resposta.