

Geometria Riemanniana

CBP742

06 créditos

- Métricas Riemannianas: definições e exemplos; métricas bi-invariantes em grupos de Lie compactos; as formas espaciais; isometrias; métricas semi-Riemannianas; exemplos; referenciais móveis; o gradiente de uma função.
- Conexões: definições; diferenciação de campos de vetores; símbolos de Christoffel; a conexão Riemanniana; formas de conexão e o formalismo de Cartan; a divergência de um campo; o teorema da divergência; o Laplaciano e o Hessiano de funções.
- Geodésicas: definições; exemplos; a aplicação exponencial; vizinhanças normais e convexas; coordenadas normais; referenciais geodésicos; geodésicas minimizantes; completude; o teorema de Hopf-Rinow.
- Curvatura: invariantes locais; o tensor curvatura; simetrias do tensor curvatura; curvaturas de Ricci e escalar; a fórmula de Bochner; métricas conformes; exemplos.
- Campos de Jacobi: a equação de Jacobi; exemplos; pontos conjugados; primeira e segunda variações da energia; o teorema de Jacobi; o lema do índice; o teorema do índice de Morse.
- Teoremas de comparação: o teorema de comparação de Rauch; o cut locus; o teorema de comparação do hessiano; o teorema de Bishop-Ghunter.
- Topologia e curvatura: a classificação das formas espaciais; o teorema de Hadamard; o teorema de Bonnet-Myers; o teorema de Cartan sobre geodésicas fechadas; o teorema de Preissman.
- Imersões isométricas: a segunda forma fundamental; as equações fundamentais; hipersuperfícies; subvariedades do espaço hiperbólico; a primeira e a segunda variações da área; hipersuperfícies mínimas e CMC; o princípio da tangência e o teorema de Alexandrov.
- O espectro do Laplaciano: operadores diferenciais lineares elípticos de segunda ordem; o princípio do máximo e o teorema de Hopf; autovalores do Laplaciano; o teorema de Lichnerowicz; o teorema de Obata.

M. P. do Carmo. *Riemannian Geometry*.

J. M. Lee. *Riemannian Manifolds: an Introduction to Curvature*.

S. Gallot, D. Hulin e J. Lafontaine. *Riemannian Geometry*.