

Tópicos de Matemática I - Lista 03

Data de entrega

08 de abril 2016

1) Sejam M e N variedades suaves. $Q \subset N$ subvariedade e $f: M \rightarrow N$ aplic. suave tal que $f \pitchfork Q$. Se R é variedade suave e $g: R \rightarrow M$ é aplic. suave, então

$$g \pitchfork f^{-1}(Q) \iff f \circ g \pitchfork Q.$$

2) Um Teorema de Análise afirma que qualquer subconjunto fechado $K \subset \mathbb{R}^n$ pode ser escrito como os zeros de alguma função suave $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$. Considerando $\mathbb{R}^n$ mergulhado em $\mathbb{R}^{n+1}$, pondo $\mathbb{R}^n = \mathbb{R}^n \times \{0\}$, use o teorema citado para mostrar que todo subconjunto fechado $K \subset \mathbb{R}^n$ pode ser escrito como uma interseção $M \cap \mathbb{R}^n \times \{0\}$ em que $M \subset \mathbb{R}^{n+1}$ é uma variedade suave.

3) Mostre que as esferas $\mathbb{S}^n$ com $n \geq 2$ são simplesmente conexas.

4) Seja $M \subset \mathbb{R}^q$ (fechado como subconjunto) variedade suave de dimensão m . Mostre que: se $m + 1 < q$, então $\mathbb{R}^q \setminus M$ é conexo.

5) Seja $M \subset \mathbb{R}^q$ (fechado como subconjunto) variedade suave de dimensão m . Mostre que: se $m + 2 < q$, então $\mathbb{R}^q \setminus M$ é simplesmente conexo.