Tópicos de Matemática I - Lista 04

Data de entrega

15 de abril 2016

1) Seja $M \subset \mathbb{R}^n$ uma variedade suave. Mostre que existe uma função linear $L\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ cuja restrição a M define uma função de Morse.

2) (Estabilidade de Funções de Morse). Sejam $M \subset \mathbb{R}^n$ uma variedade suave compacta e seja $f\colon M \to \mathbb{R}$ uma função de Morse. Seja $F\colon M \times S \to \mathbb{R}$ uma deformação suave de f com parâmetros numa variedade suave S (i. e. F é suave e $F(\cdot, s_0) = f$ para algum $s_0 \in S$). Mostre que existe uma vizinhança aberta A de s_0 em S tal que, para qualquer $s \in A$, $f_s = F(\cdot, s)\colon M \to \mathbb{R}$ é uma função de Morse.

3) Sejam $X \subset \mathbb{R}^m$ e $Y \subset \mathbb{R}^Y$. Mostre que o fibrado tangente $T(X \times Y)$ é difeomorfo a $T(X) \times T(Y)$.

4) Mostre que o fibrado tangente da esfera unidimensional S^1 é difeomorfo ao cilindro $S^1 \times \mathbb{R}$.

5) Seja $X \subset \mathbb{R}^n$. Defina $S(X)$ como o subconjunto de $T(X)$ formado pelos pares (x, v) tais que $\|v\| = 1$. Mostre que, quando X é uma variedade suave de dimensão k, tem=se que $S(X)$ é uma subvariedade de $T(X)$ de dimensão $2k - 1$.