

Tópicos de Matemática I - Lista 06

Data de entrega

06 de maio 2016

1) Sejam $X \subset \mathbb{R}^m$ e $Y \subset \mathbb{R}^n$. Mostre que homotopia suave (respectivamente contínua) define uma relação de equivalência no conjunto das aplicações suaves (respectivamente contínuas) $X \rightarrow Y$.

2) Sejam M , N e R variedades suaves de mesma dimensão, M e N compactas, N e R conexas. Sejam

$$f: M \rightarrow N \quad \text{e} \quad g: N \rightarrow R$$

aplicações contínuas. Mostre que

$$\deg_2(g \circ f) = \deg_2(g) \cdot \deg_2(f).$$

Conclua que todo homeomorfismo entre variedades compactas e conexas possui grau módulo 2 igual a 1.

3) Sejam M e N variedades suaves de mesma dimensão, compactas e conexas. Se $f: M \rightarrow N$ é uma aplicação contínua com $\deg_2(f) = 1$, então f é sobrejetiva.

4) Mostre que toda aplicação contínua $f: \mathbb{S}^n \rightarrow \mathbb{S}^n$ com $\deg_2(f) = 0$ possui um ponto fixo.

5) Mostre que não existem variedades suaves e compactas que sejam contráteis.