

Tópicos de Matemática I - Lista 08

Data de entrega

20 de maio 2016

Nos exercícios a seguir, consideramos as esferas de $\mathbb{R}^{n+1}$, com centro na origem, equipadas da seguinte orientação: $\{v_1, \dots, v_n\} \subset T_x \mathbb{S}^n$ é base positiva desse espaço tangente sse $\{x, v_1, \dots, v_n\}$ é base positiva de $\mathbb{R}^{n+1}$.

- 1) Calcule o grau do difeomorfismo antipodal

$$\begin{aligned} A : \mathbb{S}^n &\longrightarrow \mathbb{S}^n \\ x &\longmapsto -x \end{aligned}$$

- 2) Dado $n \in \mathbb{N}$, calcule o grau da aplicação suave

$$\begin{aligned} \mathbb{S}^1 &\longrightarrow \mathbb{S}^1 \\ z &\longmapsto z^n \end{aligned}$$

- 3) Seja $p(z) = a_0 + \dots + a_{n-1}z^{n-1} + z^n$ um polinômio com coeficientes complexos. Mostre que, para $R > 0$ suficientemente grande, a aplicação suave definida como a restrição do polinômio $p(z)$ ao círculo de raio R

$$\begin{aligned} \mathbb{S}^1(0, R) &\longrightarrow \mathbb{S}^1 \\ z &\longmapsto \frac{p(z)}{|p(z)|} \end{aligned}$$

tem grau exatamente igual a n .

- 4) Sejam M, N e S variedades suaves, orientadas, de mesma dimensão. Suponha que M, N são compactas e N, S conexas. Sejam $f: M \rightarrow N$ e $g: N \rightarrow S$ aplicações suaves. Mostre que

$$\deg(g \circ f) = \deg(g) \cdot \deg(f).$$

- 5) Exiba uma ∂ -variedade suave não-orientável com bordo orientável. Quero detalhes na apresentação da variedade e na argumentação das propriedades.