Tópicos de Matemática I - Lista 11

Data de entrega

01 de julho 2016

1) Seja M variedade suave, compacta, orientada e m-dimensional. Sejam X e Y subvariedades de M, compactas, orientadas, transversais ($X \pitchfork Y$) e tais que $\dim X + \dim Y = m$. Mostre que $I(X, Y) = (-1)^{\dim X \cdot \dim Y} I(Y, X)$. Estenda a fórmula acima para o caso em que X e Y não são, necessariamente, transversais.

2) Mostre que toda variedade suave, compacta, orientada e de dimensão ímpar tem Característica de Euler nula.

3) Sejam M e N variedades suaves, compacta, orientadas. Mostre que

$$\chi(M \times N) = \chi(M) \cdot \chi(N).$$

4) Seja M variedades suave, compacta, orientadas. Mostre que, para qualquer campo de vetores coninuo $\omega : M \to TM$, tem-se que $\chi(M) = I(\omega, M_0)$, em que M_0 é a seção nula do fibrado tangente TM.

5) Sejam $U, U' \subset \mathbb{R}^n$ abertos, $\eta : U \to U'$ difeomorfismo, v e v' campos de vetores contínuos sobre U e U' respectivamente. Suponha que $x_0 \in U$ e $y_0 = \eta(x_0) \in U'$ sejam singularidades isoladas de v e v' respectivamente. Além disso, v se relaciona com v' via a seguinte equação:

$$v' = d\eta \circ v \circ \eta^{-1}.$$

Mostre que $ind(v, x_0) = ind(v', y_0)$.