Topologia Diferencial

Alexandre Fernandes

16 de janeiro de 2018

Classificação dos conjuntos suaves de dimensão 1. Aplicações.

Finalizamos a aula passada enunciando o resultado abaixo.

Teorema 0.1 (Valores regulares). *Sejam M ∂-variedade suave de dimensão m, N variedade suave de dimensão n e $f\colon M \to N$ uma aplicação suave. Se $y \in N$ é um valor regular não-trivial de f, então $f^{-1}(y)$ é uma ∂-variedade de dimensão $m-n$ e bordo igual a $f^{-1} \cap \partial M$.*

Teorema 0.2. *[Classificação dos conjuntos suaves 1-dimensionais] Seja M suave (respectivamente ∂-suave) 1-dimensional. Então*

1. *as componentes conexas e compactas de M são difeomorfas a $\mathbb{S}^1$ (respectivamente $[-1,1]$);*
2. *as componentes conexas e não-compactas de M são difeomorfas a $\mathbb{R}$ (respectivamente $(-1,1]$).*

Corolário 0.3. *Seja M uma ∂-suave de dimensão 1. Se M é compacta, então ∂M é constituído de uma quantidade par de pontos.*

Aplicações

Proposição 0.4. *Seja M ∂-suave. Se M é compacta, então não existe retração suave de M sobre ∂M, em outras palavras, não existe aplicação suave $r\colon M \to \partial M$ tal que $r(x) = x$ para todo $x \in \partial M$.*

Proposição 0.5. *Seja $D^n \subset \mathbb{R}^n$ a bola euclidiana fechada de centro na origem $0 \in \mathbb{R}^n$ e raio 1. Toda aplicação suave $D^n \to D^n$ possui um ponto fixo.*

Teorema 0.6 (Ponto fixo de Brower). *Seja $D^n \subset \mathbb{R}^n$ a bola euclidiana fechada de centro na origem $0 \in \mathbb{R}^n$ e raio 1. Toda aplicação contínua $D^n \to D^n$ possui um ponto fixo.*